

MATEMATIČKI KLOKAN C

RJEŠENJA

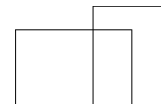
Pitanja za 3 boda:

1. Svake se godine natjecanje »Klokan bez granica« održava treći četvrtak u ožujku. Kojeg datuma najkasnije može biti natjecanje?

- A) 14-og ožujka B) 15-og ožujka C) 20-og ožujka D) 21-og ožujka E) 22-og ožujka
Rješenje **D**

2. Koliko različitih četverokuta vidite na slici?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5
Rješenje **D**

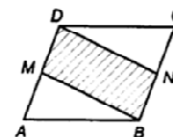


3. Koliko je: $2014 \cdot 2014 : 2014 - 2014 = ?$

- A) 0 B) 1 C) 2013 D) 2014 E) 4028
Rješenje **A**

4. Površina paralelograma je 10. Točke M i N su polovišta stranica \overline{AD} i \overline{BC} . Kolika je površina četverokuta $MBND$?

- A) 0.5 B) 5 C) 2.5 D) 7.5 E) 10
Rješenje **B** Dužina \overline{MN} dijeli paralelogram na 4 sukladna trokuta. Površina četverokuta $MBND$ je 5.



5. Umnožak dva prirodna broja je 36, a njihov zbroj 37. Kolika je njihova razlika?

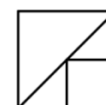
- A) 1 B) 4 C) 10 D) 26 E) 35
Rješenje **E** To su brojevi 1 i 36.



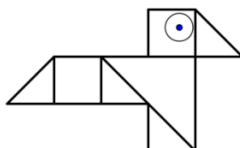
6. Vjedro (vidi sliku) je do pola puno. Ako dodamo još 2 litre bit će tričetvrtine puno. Koliko ukupno litara može stati u to vjedro?

- A) 10 litara B) 8 litara C) 6 litara D) 4 litre E) 2 litre
Rješenje **B** 2 litre su četvrtina vjedra. Cijelo vjedro sadrži 8 litara.

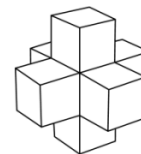
7. Vesna ima nekoliko komada papira u obliku kvadrata površine 4. Ona ih je razrezala u kvadrate i pravokutne trokute (vidi sliku lijevo). Uzela je nekoliko komada i od njih složila pticu kao što vidimo na donjoj slici. Kolika je površina ptice? (Oko ptice se ne računa)



- A) 3 B) 4 C) $9/2$ D) 5 E) 6
Rješenje **E** Veći trokut ima površinu 2, manji $1/2$, a kvadratić ima površinu 1. Površina ptice je 6.



8. Od sedam jediničnih kocaka (kocka kojoj je brid jednak jedinici) Karlo je sastavio tijelo kao na slici. Koliko takvih jediničnih kocaka treba dodati da bi dobio kocku brida 3?



- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

Rješenje E U prvom redu 8, u drugom 4 i u trećem 8, ukupno 20

Pitanja za 4 boda:

9. Koji od ovih izračuna daje najveći broj?

- A) 44×777 B) 55×666 C) 77×444 D) 88×333 E) 99×222

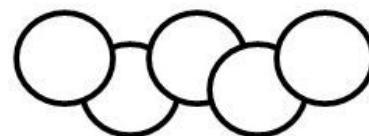
Rješenje B Svaki od zadanih brojeva možemo pisati u obliku produkta $4 \times 7 \times 11 \times 111$ ili $5 \times 6 \times 11 \times 111$ ili $7 \times 4 \times 11 \times 111$ ili $8 \times 3 \times 11 \times 111$ ili $9 \times 2 \times 11 \times 111$. Najveći je $5 \times 6 \times 11 \times 111$.

10. Ivan ima satove gitare dva puta tjedno, a Hrvoje svaki drugi tjedan jedan sat. U kojem tjednu će Ivan imati 15 sati gitare više nego Hrvoje?

- A) 30 B) 25 C) 20 D) 15 E) 10

Rješenje E Nakon I. tjedna Ivan je imao 2 sata gitare, a Hrvoje niti jedan.
Nakon II. tjedna Ivan je imao 4 sata gitare, a Hrvoje 1 sat.
Nakon IV. tjedna Ivan je imao 8 sata gitare, a Hrvoje 2 sat.
Nakon VI. tjedna Ivan je imao 12 sata gitare, a Hrvoje 3 sat...
Nakon X. tjedna Ivan je imao 20 sata gitare, a Hrvoje 5 sati.

11. Površina svakog kruga na slici je 1 cm^2 . Dio u kojem se dva kruga međusobno preklapaju ima površinu $\frac{1}{8} \text{ cm}^2$. Koliku površinu pokrivaju ovih pet krugova?



- A) 4 cm^2 B) $\frac{9}{2} \text{ cm}^2$ C) $\frac{35}{8} \text{ cm}^2$ D) $\frac{39}{8} \text{ cm}^2$ E) $\frac{19}{4} \text{ cm}^2$

Rješenje B Prvi i zadnji krug su cijeli $P = 2 \text{ cm}^2$, trećem i četvrtom nedostaje jedno preklapanje $P = 2 \times \frac{7}{8} = \frac{7}{4} \text{ cm}^2$,

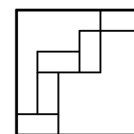
a drugi krug ima površinu $P = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \text{ cm}^2$. Ukupna površina je $P = \frac{8}{4} + \frac{7}{4} + \frac{3}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} \text{ cm}^2$.

12. Ove godine je zbroj godina života bake, kćerke i unuke 100. Pri tom su ustanovile da je životna dob svake od njih potencija broja 2. Koliko je stara unuka?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 16

Rješenje C Potencije broja 2 su: 2, 4, 8, 16, 32, 64,... $4 + 32 + 64 = 100$ Unuka ima 4 godine.

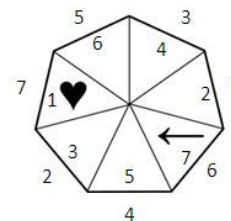
13. Pet jednakih pravokutnika smješteni su unutar kvadrata (vidi sliku). Stranica kvadrata je 24cm. Kolika je površina jednog pravokutnika?



- A) 12 cm^2 B) 16 cm^2 C) 18 cm^2 D) 24 cm^2 E) 32 cm^2

Rješenje E Označimo li kraću stranicu pravokutnika sa x, a dulju sa y vidimo da je $2x + 2y = 24$ i $3y = 24 \rightarrow y = 8$ i $x = 4$, a površina pravokutnika $P = 32 \text{ cm}^2$.

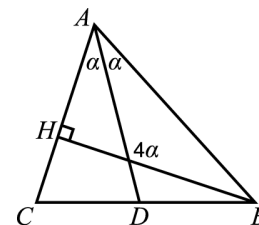
14. Srce i strelica smješteni su u polja kao na slici. Počinju se kretati u isto vrijeme. Strelica se pomakne za 3 polja u smjeru kazaljke na satu, a srce se pomakne za 4 polja obrnuto kazaljke na satu i tada stanu. Takvo pomicanje se nastavlja. Nakon koliko takvih pomicanja će strelica i srce biti u početnom položaju?



- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) To se nikad neće dogoditi.
 Rješenje A Brojevi unutar lika označavaju kretanje strelice, a izvan lika kretanje srca.

15. Zadan je trokut ABC kojemu je \overline{BH} visina, a \overline{AD} simetrala kuta CAB . Tupi kut između \overline{BH} i \overline{AD} četiri je puta veći od kuta DAB (vidi sliku). Koliki je kut CAB ?

- A) 30° B) 45° C) 60° D) 75° E) 90°



Rješenje C Sjecište visine i simetrale označimo sa M. U trokutu BMA kut pri vrhu B

označimo sa β_1 . Tada je $5\alpha + \beta_1 = 180^\circ \rightarrow \beta_1 = 180^\circ - 5\alpha$.

U trokutu BHA $\beta_1 + 2\alpha = 90^\circ \rightarrow \beta_1 = 90^\circ - 2\alpha \rightarrow \alpha = 30^\circ \quad 2\alpha = 60^\circ$

16. Šestero momaka iznajmili su stan s dvije kupaone koje koriste svako jutro s početkom u 7:00 sati. Uvijek je samo jedna osoba u svakoj kupaoni u svako doba. Oni su u kupaoni 8, 10, 12, 17, 21 i 22 minute i koriste je jedan za drugim. Kada najranije mogu napustiti obje kupaone?

- A) 7:45 B) 7:46 C) 7:47 D) 7:48 E) 7:50

Rješenje B Prvu kupaonu koriste momci $22' + 12' + 10' = 44'$ a drugu $8' + 17' + 21' = 46'$. U 7:46 mogu najranije napustiti kupaone.

Pitanja za 5 bodova:

17. Kapetan Sparrow i njegova gusarska družina iskopali su nekoliko zlatnika. Plijen su podijelili među sobom tako da je svaki od njih dobio jednak broj zlatnika. Kada bi gusara bila četvorica manje, tada bi svaki dobio 10 zlatnika više. Ali, da su pronašli 50 zlatnika manje, tada bi svatko od njih dobio 5 zlatnika manje. Koliko su točno zlatnika iskopali?

- A) 80 B) 100 C) 120 D) 150 E) 250

Rješenje D Broj gusara označimo sa x , sa y označimo količinu zlatnika koju dobije svaki gusar, a sa z ukupnu količinu iskopanih zlatnika, pa ćemo dobiti jednadžbe: $xy = z$, $(x - 4)(y + 10) = z$, $x(y - 5) = z - 50$. Ako iz prve jednadžbe z uvrstimo u ostale dvije, iz treće ćemo dobiti $x = 10$, a zatim iz druge $y = 15$, a iz prve $z = 150$.

18. Pravokutnik ima stranice duljine 6 cm i 11 cm. Izaberemo jednu od duljih stranica. Povučemo simetrale kuteva s oba kraja te stranice. Te dvije simetrale dijele suprotnu dulju stranicu na tri dijela. Koje su duljine tih dijelova?

- A) 1 cm, 9 cm, 1 cm B) 2 cm, 7 cm, 2 cm C) 3 cm, 5 cm, 3 cm
 D) 4 cm, 3 cm, 4 cm E) 5 cm, 1 cm, 5 cm

Rješenje E Povučemo li simetrale dobit ćemo dva jednakokračna pravokutna trokuta koji se preklapaju za 1 cm.

| | | |
|---|--|---|
| 1 | | 3 |
| | | |
| 2 | | 4 |

19. Andrej upisuje brojkke od 1 do 9 u mrežu koja se sastoji od 3x3 polja, tako da u svako polje upiše jednu brojku. Brojke 1, 2, 3 i 4 je već upisao kako je prikazano na slici. Dvije su brojke "susjedi" ako im polja imaju zajedničku stranicu. Nakon što je unio sve brojke primjetio je da je zbroj "susjeda" brojke 9 jednak 15. Koliki je zbroj "susjeda" broja 8?

- A) 12 B) 18 C) 20 D) 26 E) 27

Rješenje E Broj 9 je između brojeva 3 i 4. Njegovi »susjedi« su brojevi 3, 8 i 4. Broj 8 je u sredini, pa su njegovi »susjedi« svi brojevi osim 1, 2, 3 i 4. njihov zbroj je $5 + 6 + 7 + 9 = 27$.

20. Antikna vaga se s vremenom poremetila. Naime, ako na nju stavimo neki predmet manji od 1000 g ona će pokazivati točnu masu, no ako na nju stavimo predmet od točno 1000 g ili više ona bi mogla pokazati bilo koji broj veći od 1000. Imamo 5 utega A, B, C, D, E, svaki mase manje od 1000 g. Kada ih važemo u paru, vaga pokazuje sljedeće: $B + D = 1200$, $C + E = 2100$, $B + E = 800$, $B + C = 900$, $A + E = 700$. Koji je od utega najteži?

- A) A B) B C) C D) D E) E

Rješenje D Vrijedi $B = 800 - E$ i $B + D \geq 1000$, pa je $(800 - E) + D \geq 1000$, tj. $D \geq 200 + E$, tj. $D > E$. Iz $B + E = 800$ i $B + C = 900$ slijedi $C = E + 100$, tj. $C > E$. Iz $B = 900 - C$ i $B + D \geq 1000$ slijedi $(900 - C) + D \geq 1000$, tj. $D \geq 100 + C$, tj. $D > C$. Sad imamo poredak: $D > C > E$.

Zbrajanjem nejednakosti $D \geq 200 + E$ i $D \geq 100 + C$ dobivamo $2D \geq 300 + E + C \geq 1300$ jer je $E + C = 2100$, a to znači da je $E + C \geq 1000$. Dakle $D \geq 650$.

Iz $B + E = 800$ i $A + E = 700$ slijedi da je $B > A$.

Još treba usporediti B i D. Kad bi bilo $B \geq D$, tada bi i $B \geq 650$. No tada iz $E = 800 - B$ slijedi $E \leq 150$. Iz $C = 900 - B$ slijedi $C \leq 250$ pa je $E + C \leq 400$, a mora biti veće od 1000. Dakle $B > D$. Ukupno imamo da je D najveći.

21. Liz i Marija se natječu u rješavanju zadataka. Obje imaju identične popise sa 100 zadataka na svakom popisu. Prva koja riješi pojedini zadatak dobija 4 boda, dok druga dobija 1 bod za taj isti riješeni zadatak. Liz je riješila 60 zadataka, Marija također. Zajedno one imaju 312 bodova. Koliko su zadataka riješile obje djevojke?

- A) 53 B) 54 C) 55 D) 56 E) 57

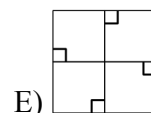
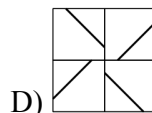
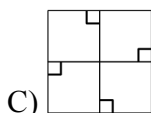
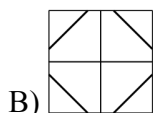
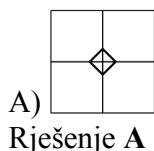
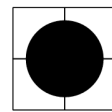
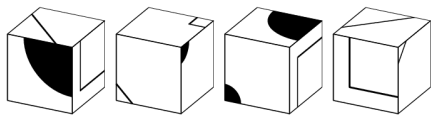
Rješenje D Označimo sa x dio zadataka koje su riješile obje prijateljice, za njih su dobile jedna 4, a druga 1 bod, ukupno $5x$ bodova. Za ostale zadatke $(60 - x)$ dobila je svaka 4 boda. Ukupno imaju 312 bodova. $5x + [(60 - x) 4] 2 = 312$, $x = 56$.

22. David se biciklom dovezao iz Edinburgha do svoje farme. Trebao je stići točno u 15 sati, ali je 2/3 planiranog vremena potrošio na prelazak 3/4 puta. Nakon toga je vozio sporije i stigao je na cilj točno na vrijeme. Koji je omjer brzina na prvom i drugom dijelu Davidova puta ?

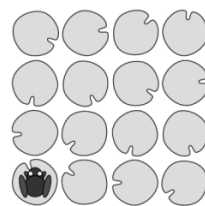
- A) 5 : 4 B) 4 : 3 C) 3 : 2 D) 2 : 1 E) 3 : 1

Rješenje C $v = \frac{s}{t}$ $v_1 = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{8}$ $v_2 = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$ $\rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{9}{8}}{\frac{3}{4}} = \frac{3}{2}$

23. Imamo četiri potpuno jednake kocke (vidi sliku!). Složene su tako da im gornje stranice zajedno čine veliki crni krug, kao što je prikazano na slici desno. Što vidimo na suprotnoj (donjoj) strani tako posloženih kocaka?



24. Na jezercetu pluta 16 lopočevih listova u formaciji 4x4, kako je prikazano na slici. Na jednom od listova u kutu sjedi žaba. Ona se vodoravnim ili okomitim skokovima kreće s lista na list, i to tako da uvijek preskoči barem jedan list i nikada ne skoči na isti list dvaput. Koji je najveći broj listova (uključujući i onaj na kojem sjedi) koje žaba tako može prijeći?



- A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

Rješenje A

| | | | |
|---|----|---|----|
| 5 | 11 | 6 | 12 |
| 1 | 15 | 2 | 16 |
| 8 | 10 | 7 | 9 |
| 4 | 14 | 3 | 13 |